

Introduzione alla sessione specializzata
"Recenti sviluppi dell'inferenza statistica"
Introduction to the specialized session
"Recent advances in statistical inference"

PIETRO MULIERE
Dipartimento di Economia Politica e Metodi Quantitativi
Università degli Studi di Pavia

La ricchezza della corrente produzione scientifica sull'inferenza statistica è tale che la completezza informativa non può costituire un obiettivo realistico della sessione. Basta infatti scorrere il "Current Index of Statistics" o la rivista "The Annals of Statistics" per rendersi conto che i risultati riguardano le aree più diverse. Un breve elenco di titoli renderà più evidente la ricchezza dei contributi: teoria asintotica, inferenza predittiva, inferenza semi-parametrica, inferenza non parametrica, inferenza con dati censurati o troncati, inferenza con osservazioni ripetute, inferenza con osservazioni mancanti, inferenza nei processi stocastici, robustezza, analisi sequenziale, analisi della sensitività, analisi dinamica ed altri ancora. Nell'organizzare la sessione ho scartato l'idea di una sessione monotematica o monoculturale ed ho preferito scegliere tre relazioni di carattere generale su importanti aree inferenziali con l'obiettivo di fornire un quadro di riferimento per ulteriori approfondimenti. Le tre relazioni, infatti, forniscono una utile ed aggiornata rassegna, malgrado la dovuta sintesi, su tre importanti settori della ricerca. In esse vengono esposti i principali risultati finora raggiunti nelle rispettive aree e vengono delineati alcuni temi sui quali ci possiamo aspettare risultati importanti in un prossimo futuro.

Inferenza bayesiana non parametrica

E' noto che nell'inferenza bayesiana non parametrica è necessaria l'introduzione di leggi di probabilità - dette iniziali - su classi di misure di probabilità. In letteratura sono disponibili numerosi procedimenti utili alla generazione di misure di probabilità aleatorie. Alcuni di essi prendono le mosse dalla rappresentazione di de Finetti per le successioni scambiabili ricercando poi la misura di de Finetti corrispondente. Altri si avvalgono della teoria dei processi ad incrementi indipendenti non decrescenti e della rappresentazione dei processi neutrali a destra. Altri ancora si basano su schemi di urne. Tutti questi procedimenti vengono detti "probabilistici". Nella sua relazione Cifarelli, dopo aver ricordato il processo di Dirichlet, che è tuttora il processo più utilizzato nell'impostazione bayesiana non parametrica, analizza le altre metodologie elencate in precedenza e presenta alcuni processi che generalizzano il processo di Dirichlet. La relazione di Cifarelli oltre ad essere una utile ed aggiornata rassegna fornisce un quadro stimolante per ulteriori ricerche. In questa introduzione voglio accennare ad uno schema per la costruzione di misure

di probabilità aleatorie detto "analitico". La procedura richiede di generare aleatoriamente una funzione non decrescente e continua da destra e successivamente di assumere tale funzione come funzione di ripartizione di una misura di probabilità. Questa impostazione è dovuta a Dubins e Freedman (1967); un esempio di tale impostazione è il "random rescaling scheme" introdotto da Graf, Mauldin e Williams (1986) e generalizzato successivamente da Mauldin e Monticino (1995).

Gli schemi analitici facilitano, in generale, l'esame delle proprietà geometriche delle misure di probabilità generate. Tali schemi sono inoltre utilizzati nella ricerca della soluzione di equazioni numeriche.

Ricordo infine che la ricerca in ambito bayesiano non parametrico ha avuto in questi ultimi anni nuovo impulso non solo grazie all'introduzione in letteratura di nuovi processi (Beta, Polya tree, ecc..) ma anche grazie agli sviluppi nelle tecniche di simulazione, Markov Chain Monte Carlo (Gelfand e Smith, 1990; Tierney, 1994), che hanno permesso una analisi bayesiana completa in molti problemi analiticamente intrattabili.

Metodi Asintotici

Le argomentazioni asintotiche sono largamente utilizzate sia nell'inferenza statistica classica che in quella bayesiana e negli anni più recenti vi sono stati considerevoli sviluppi soprattutto nei cosiddetti "metodi asintotici di ordine superiore". La relazione di Azzalini, Pace e Salvan illustra le idee di base e le possibilità applicative di tali tecniche facendo riferimento a modelli parametrici in cui l'obiettivo dell'inferenza è la valutazione di un parametro o di una sua funzione. La relazione fornisce una chiara ed esauriente trattazione dei metodi asintotici da un punto di vista frequentista. In questa sede voglio ricordare che vi sono importanti ricerche anche nell'impostazione bayesiana. Tali ricerche riguardano lo sviluppo asintotico della distribuzione finale o del suo valore atteso (si veda: Tierney e Kadane (1986)). Il confronto dei risultati asintotici di ordine superiore ottenuti in ambito frequentista e bayesiano può evidenziare connessioni e differenze tra le due impostazioni. Vale la pena tuttavia sottolineare che, anche se alcuni risultati sono molto simili e stimolanti, un confronto reale è difficile poichè la logica inferenziale è differente e pertanto l'interpretazione dei risultati è molto diversa.

Inferenza nei processi stocastici

L'inferenza nei processi stocastici è un tema piuttosto vasto che ha avuto un impatto notevole in moltissimi campi e che sarà sicuramente il centro di molte ricerche future. La serie di risultati matematici inerenti la teoria dei processi stocastici di questi ultimi anni è veramente impressionante. La teoria delle martingale, l'integrazione stocastica, la formula di Ito, la teoria delle equazioni differenziali stocastiche sono stati affrontati sia da un punto di vista teorico sia sotto l'aspetto applicativo. Ladelli presenta, in modo rigoroso, gli sviluppi recenti relativi all'inferenza nei processi diffusione. Nella relazione sono presentati diversi schemi di campionamento con particolare attenzione a quei metodi di stima che forniscono stimatori consistenti, asintoticamente normali e asintoticamente efficienti (secondo Hajek). L'importanza dei

processi diffusione in fisica o in teoria della comunicazione è ben nota ma vorrei segnalare l'importanza di tali processi nella moderna teoria della Finanza. La teoria della determinazione del prezzo di una opzione è simultaneamente una delle applicazioni di maggior successo dei processi stocastici e uno dei risultati più importanti nella teoria della Finanza. I lavori di Black e Scholes (1973) e di Merton (1973) hanno segnato un punto di svolta nell'analisi finanziaria; in essi si sviluppa un procedimento per determinare il prezzo razionale (equo) che il possessore dovrebbe pagare per l'opzione. La "formula di Black e Scholes" in un processo diffusione è uno dei grandi risultati della matematica finanziaria; per approfondimenti si veda: Shiryaev et al. (1994).

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Consiglio direttivo ed il Comitato per il Programma della SIS che mi hanno dato l'incarico di organizzare la sessione, nonché gli Studiosi che hanno collaborato accettando di svolgere le relazioni e di avviare la discussione.

Riferimenti Bibliografici

- BLACK F. e M. SCHOLES (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *J. Polit.Econ.*, 3, 637-659.
- DUBINS L.E. e D.A. FREEDMAN (1967). Random distribution functions. *Proc. Fifth Berkeley Symp. Math. Statist. Prob.*, 2, 183-214.
- GELFAND A.E. e A.F.M. SMITH (1990). Sampling based approaches to calculating marginal densities. *J.Amer.Statist.Assoc.*, 85, 398-409.
- GRAF S., R.D. MAULDIN e S.C. WILLIAMS (1986). Random homeomorphisms. *Advances in Math.*, 60, 239-259.
- MAULDIN R.D. e S.C. WILLIAMS (1990). Reinforced random walks and random distributions. *Proc.Amer.Math.Soc.*, 110, 251-258.
- MAULDIN R.D. e M.G. MONTICINO (1995). Randomly generated distributions. *Israel Journal of Mathematics*, 91, 215-237.
- MERTON R.C. (1973). Theory of rational option pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 141-183.
- TIERNEY L. (1994). Markov Chains for exploring posterior distributions. *The Annals of Statistics*, 22, 1701-1762.
- TIERNEY L. e J. KADANE (1986). Accurate approximations for posterior moments and marginal densities. *J.Amer.Statist.Assoc.*, 81, 82-86.
- SHIRYAEV A.N., YU.M. KABANOV, D.O. KARMKOV e A.V. MELNIKOV (1994). Towards the theory of pricing of options of both European and American types. II Continuous time. *Theory Probab.Appl.*, 39, 61-102.